
Carrera de caballos

Por **Antonio Cabrales y José Diego Alarcón**

**¿ES POSIBLE PREDECIR LA VOLATILIDAD FUTURA?
COMPRUÉBELO EN TIEMPO REAL EN LAS PAGINAS
RISKCO25 Y 26 DE REUTERS Y EN INTERNET
<http://www.serfiex.es>**

Medir, predecir y cubrir la volatilidad y correlación se han convertido en actividades vitales tanto para controlar y gestionar el riesgo de mercado como para comprar y vender opciones y productos estructurados.

Gestores de carteras, "risk-managers" y "traders" de opciones saben que estas actividades son, en sí mismas, enormemente volátiles.

Si bien el éxito de los inversores se basa en poseer estimaciones acertadas sobre la evolución futura de los mercados, buena parte del éxito de los gestores, "risk-managers" y especialmente de traders de opciones radica en poseer estimaciones acertadas sobre la volatilidad futura de los mercados.

Estimar y predecir la volatilidad futura y sobre todo cómo usar estas predicciones son actividades en constante evolución. Años atrás, los analistas preferían cantidad a calidad (cuantos más datos históricos mejor) y proyectaban rutinariamente las volatilidades a meses e incluso años. Sin embargo, no tardó mucho en descubrirse por parte de los investigadores cuantitativos, "quants", que datos recientes podían tener mucha relevancia en la predicción de la volatilidad futura.

¿Qué es volatilidad? Es una forma de medir la intensidad de los cambios imprevisibles que ocurren en las rentabilidades de un activo financiero.

La volatilidad puede ser determinista, es decir, volatilidad constante que no cambia en el tiempo o lo hace de forma cierta.

Este tipo de volatilidad es normalmente estimada por la desviación típica (σ) de la serie de rentabilidades del activo. Basta con cambiar el número de datos (100, 200, 500) o la frecuencia de los mismos (diarios, semanales, mensuales) para darnos cuenta que las estimaciones obtenidas varían y, en ocasiones, de forma sustancial.

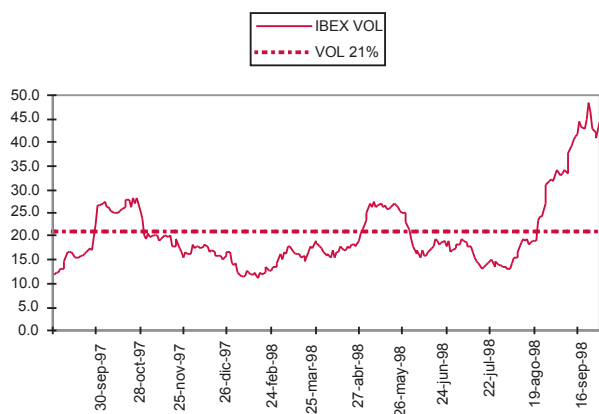
La volatilidad también puede ser estocástica; volatilidad que cambia en el tiempo de forma incierta. Este tipo de volatilidad es normalmente estimada usando un modelo econométrico tipo Arch.

Un caso particular de estos modelos, cada vez más utilizados por gestores, "risk-managers" y "traders", son los de medias móviles y medias móviles exponenciales. La media móvil es una media aritmética de las volatilidades históricas durante un periodo determinado donde cada dato tiene igual importancia que los otros. La media móvil exponencial da más peso a las observaciones más recientes. Un ejemplo muy difundido de medias móviles exponenciales lo constituye la información sobre volatilidad de activos elaborada por JP Morgan para valoración probabilística del riesgo de mercado (Riskmetrics™ Dataset).

El Cuadro I recoge gráficamente la media móvil mensual de la volatilidad diaria del índice bursátil IBEX-35, entre los meses de sep-97 y sep-98. En este gráfico se aprecian dos cosas: primero, las volatilidades no son constantes (cambian en el tiempo) y, segundo, valores altos y bajos tienden a estar concentrados en el tiempo.

Ambas circunstancias nos indican que, para el periodo analizado del IBEX-35, una desviación típica constante (la línea horizontal del gráfico representa una volatilidad constante del 21%) no utiliza toda la información disponible en la serie y no parece ser el mejor "predictor" de volatilidades futuras.

Estas apreciaciones tienen importantes consecuencias a la hora de utilizar los diferentes modelos de valoración de opciones: Black&Sholes¹ y Merton² suponen el uso de volatilidad constante y determinista mientras que Hull-White³ o Amin-Ng⁴ suponen volatilidad estocástica.



CUADRO I

PREDICCIÓN DE VOLATILIDAD

Hemos visto que existen diferentes tipos de volatilidades y con ello diferentes posibilidades para estimar la volatilidad futura de un activo financiero. Las históricas (a distintos plazos: 3, 6 meses, 1 ó 2 años) y las que surgen de modelos econométricos de volatilidad estocástica (por ejemplo: Arch, Garch y Agarch).

No obstante, dada la importancia que para valorar opciones y controlar riesgos tienen estas estimaciones de volatilidad futura, sería deseable que todo el mundo pudiera disponer de ellas, sin embargo, no todo el mundo tiene el tiempo o la capacidad necesaria para elaborarlas. Por este motivo, entre otros, SERFIEX las difunde de forma gratuita, **en tiempo real, en páginas REUTERS** (págs. RISKCO19 y siguientes) **así como a cierre de mercado en Internet** para un gran número de activos financieros nacionales e internacionales. En el Cuadro II se recoge un ejemplo de la información de la página RISKCO19 de REUTERS.

El cuadro está dividido en dos partes:

En la parte izquierda y central, una estructura temporal de predicciones de volatilidad para distintos horizontes de predicción (T+1, T+5, T+10 y T+20) por cada modelo (Arch, Garch y Agarch) y activo. Estas volatilidades, al igual que las históricas de la parte derecha, están expresadas en términos anuales para una desviación típica (convención de volatilidad utilizada habitualmente en los mercados) siendo, a su vez, estimadas con los últimos 500 días de trading. A la derecha del nombre del activo (.AEX, .FCHI, .FTSE, etc...) y debajo del horizonte de predicción aparece la fecha de predicción. Esta fecha toma en cuenta la existencia de sábados, domingos y días festivos para cada activo ya que cada uno tiene un calendario diferente.

La predicción a T+1 es la predicción para el siguiente día de trading. Las predicciones a T+5, T+10 y T+20 son en realidad la media de las predicciones para los siguientes cinco, diez y veinte días de trading. En las predicciones a T+1 se incorpora una variable adicional (ver ANEXO I) que toma en cuenta el salto de volatilidad que experimentan los mercados después de estar uno o varios días cerrados.

Es significativo observar como a medida que aumenta el horizonte de predicción la volatilidad converge hacia su media histórica.

Por último, en la parte derecha del cuadro anterior, están las volatilidades históricas a tres meses (60 días hábiles de trading), seis meses (120 días), un año (250 días) y dos años (500 días hábiles) para cada activo.

El contenido de estas páginas, además de permitir apreciar las diferencias que surgen entre las diferentes volatilidades, **es una orientación útil para:**

- 1) Valorar opciones que vayan a permanecer en cartera hasta el vencimiento de las mismas y este vencimiento sea inferior a 20 días de "trading".
- 2) Valorar todo tipo de opciones de la cartera de trading, es

14:04 01OCT98				SERFIEIX				ES02270				RISKCO19			
STOCK EXCHANGE INDICES								TEL: (341) 319 03 47							
FORECASTED VOLATILITY MODELS AND HISTORIC VOLATILITY (DAILY DATA *SQR(252))															
REAL TIME															
	T+1	T+5	T+10	T+20		T+1	T+5	T+10	T+20	HISTOR	60d	120d	250d	500d	
.AEX	2/10	9/10	16/1	30/1	.MIB30	2/10	8/10	15/1	29/1	.AEX	34.1	30.1	26.9	23.8	
ARCH	27.2	24.6	24.2	24.0	ARCH	28.9	27.5	27.2	27.0	.FCHI	32.4	27.7	25.3	22.2	
GARCH	27.3	23.3	21.9	20.7	GARCH	29.3	26.9	26.2	25.4	.FTSE	26.2	21.5	19.6	16.4	
AGARCH	34.6	25.9	24.7	24.0	AGARCH	30.5	26.9	25.9	25.0	.GDAXI	35.7	30.9	27.7	23.9	
.FCHI	2/10	8/10	15/1	29/1	.N225	2/10	8/10	15/1	29/1	.IBEX	41.0	34.7	29.7	24.5	
ARCH	20.7	21.9	22.0	22.1	ARCH	24.5	25.2	25.3	25.3	.MIB30	39.7	38.7	32.0	26.9	
GARCH	22.2	22.2	22.2	22.2	GARCH	25.3	24.9	24.8	24.7	.N225	27.7	25.1	29.0	25.4	
AGARCH	24.3	22.2	21.7	21.1	AGARCH	26.6	25.3	25.0	24.6	.PSI20	36.0	32.1	27.6	21.9	
.FTSE	2/10	8/10	15/1	29/1	.PSI20	2/10	8/10	15/1	29/1	.SSMI	36.0	29.4	24.9	21.2	
ARCH	16.8	16.5	16.5	16.4	ARCH	35.0	26.8	24.4	23.1	.SPX	30.0	23.5	21.5	18.4	
GARCH	17.6	16.6	16.5	16.4	GARCH	30.7	23.6	22.8	22.3						
AGARCH	19.7	17.0	16.6	16.4	AGARCH	28.2	23.6	23.5	24.4						
.GDAXI	2/10	8/10	15/1	29/1	.SSMI	2/10	9/10	16/1	30/1						
ARCH	28.9	25.0	24.4	24.1	ARCH	23.2	21.8	21.5	21.3						
GARCH	29.6	25.0	24.5	24.4	GARCH	24.5	21.8	21.5	21.3						
AGARCH	31.5	25.4	24.6	24.2	AGARCH	26.2	21.9	21.1	20.5						
.IBEX	2/10	8/10	16/1	30/1	.SPX	2/10	8/10	16/1	30/1						
ARCH	28.2	25.4	24.9	24.7	ARCH	14.7	17.6	18.0	18.2						
GARCH	30.9	25.9	25.4	25.4	GARCH	18.1	18.3	18.3	18.3						
AGARCH	31.3	25.8	25.1	24.7	AGARCH	18.1	17.4	16.8	16.1	NEXT: <RISKCO20>					

CUADRO II

decir que sean susceptibles de ser compradas o vendidas en un plazo inferior a 20 días de trading con independencia de su vencimiento.

- 3) Cubrir "toda" la cartera de productos derivados sobre el activo en cuestión, independientemente de que la opción:
 - a) Se mantenga en cartera hasta el vencimiento o forme parte de la cartera de trading.
 - b) Sea a corto o a largo plazo.
 - c) Esté "in", "out", o "at-the money".
 - d) Cotice en un mercado organizado u OTC.
 - e) Sea una opción tradicional o exótica, esté o no incorporada a un producto estructurado.

Todo este conjunto de información es imprescindible para "market-makers", traders de opciones y para aquellas personas encargadas de cubrir las posiciones (el "book") de los productos derivados de la entidad.

¿Para qué activos está disponible esta información?

- 1) Principales índices de bolsa: AEX, CAC, FTSE, GDAXI, IBEX, MIB, NIKKEI, PSI, SSMI y SP500 en RISKCO19.
- 2) Bonos 10 años: Alemania, Italia, Inglaterra, Japón, Francia, España, Estados Unidos (10 y 30 años) en RISKCO20.
- 3) Acciones españolas: BBV, ENDESA, IBERDROLA, REPSOL y TELEFÓNICA en RISKCO21.
- 4) Depósitos a 3 meses: Franco suizo, Marco, Peseta, Franco francés, Libra esterlina, Lira, Yen, Florín, Dólar y Ecu en RISKCO22.
- 5) Divisas contra peseta: Dólar canadiense, Franco suizo, Marco, Franco francés, Libra esterlina, Lira, Yen, Florín, Escudo y Ecu en RISKCO23.

- 6) Divisas contra dólar: Franco suizo, Marco, Peseta, Franco francés, Libra esterlina, Lira, Yen, Florín, Escudo y Ecu en RISKCO24.

Además, todos estos datos están disponibles en páginas Internet.

¿CUÁL ES LA MEJOR ESTIMACIÓN DE VOLATILIDAD FUTURA?

Observamos que distintos modelos y distinto número de datos generan diferentes estimaciones de volatilidad futura, a veces muy diferentes unas de otras. De entre todas las estimaciones ¿cuál es la mejor?

Intentaremos responder a esta pregunta desde dos puntos de vista: el teórico (ver ANEXO 2) y el práctico.

Desde el punto de vista práctico

Como habitualmente ocurre, la elección de una u otra volatilidad dependerá del juicio y opinión personal del operador. Una regla a seguir será elegir la estimación que demuestre tener mayor capacidad predictiva, esto es, mayor grado de acierto.

Existirán activos para los cuales las predicciones Arch serán las mejores, otros las Garch, otros las Agarch y otros las históricas a 3, 6 meses o 1, 2 años.

Nuestro objetivo es conocer la respuesta a la siguiente pregunta **¿cuál es la mejor estimación para cada activo?** Para ello podríamos realizar testeos pasados para los últimos años.

En lugar de esto, que pudiera ser un ejercicio teórico interesante, vamos a llevar a cabo un test mucho más práctico: rea-

10:04 02JUL98		SERFIEX					ES02270		RISKCO25				
												TLF: (341) 319 03 47	
TEST OF VOLATILITY FORECASTING MODELS IN REAL TIME: "HORSE RACE".													
(VOL): YESTERDAY'S PREDICTION; (+-%): EXPECTED MARKET MOVEMENT;													
(REAL): REAL MARKET MOVEMENT; (DIFF): DIFFERENCE REAL - PREDICTION;													
(ERROR): ERROR OF DAILY DIFFERENCES; (RK): RANKING, 1º IS THE BEST.													
.IBEX	VOL	+-%	REAL%	DIFF.	ERROR	RK	.SPX	VOL	+-%	REAL%	DIFF.	ERROR	RK
ARCH	20.6	1.30	0.72	0.58	0.62	2º	ARCH	14.5	-0.92	0.00	0.92	0.30	3º
GARCH	21.3	1.34	0.72	0.62	0.67	5º	GARCH	15.9	-1.00	0.00	1.00	0.36	5º
AGARCH	20.8	1.31	0.72	0.59	0.64	3º	AGARCH	13.6	-0.86	0.00	0.86	0.30	2º
H 60	26.4	1.66	0.72	0.94	0.83	7º	H 60	14.3	-0.90	0.00	0.90	0.30	4º
H 120	22.4	1.41	0.72	0.69	0.65	4º	H 120	13.9	-0.87	0.00	0.87	0.29	1º
H 250	23.4	1.48	0.72	0.75	0.68	6º	H 250	17.6	-1.11	0.00	1.11	0.48	7º
H 500	20.0	1.26	0.72	0.54	0.57	1º	H 500	15.7	-0.99	0.00	0.99	0.37	6º
-													
TEF.MC	VOL	+-%	REAL%	DIFF.	ERROR	RK	.CAC	VOL	+-%	REAL%	DIFF.	ERROR	RK
ARCH	26.9	1.69	0.96	0.73	1.19	3º	ARCH	17.6	1.11	0.62	0.48	0.27	1º
GARCH	28.4	1.79	0.96	0.83	1.11	2º	GARCH	19.4	1.22	0.62	0.60	0.35	6º
AGARCH	29.4	1.85	0.96	0.90	1.19	4º	AGARCH	18.2	1.14	0.62	0.52	0.34	5º
H 60	36.6	2.31	0.96	1.35	1.74	7º	H 60	20.8	1.31	0.62	0.69	0.32	4º
H 120	33.4	2.10	0.96	1.14	1.50	6º	H 120	18.9	1.19	0.62	0.57	0.28	2º
H 250	33.2	2.09	0.96	1.13	1.37	5º	H 250	21.7	1.36	0.62	0.74	0.35	7º
H 500	27.6	1.74	0.96	0.78	1.06	1º	H 500	19.3	1.22	0.62	0.59	0.29	3º

CUADRO III

lizaremos **testeos futuros** de la volatilidad. Para ello hemos creado un juego al que denominamos "CARRERA DE CABALLOS". Este juego se difunde desde el pasado mes de junio-98 **en tiempo real** en las páginas RISKCO25 y RISKCO26 de REUTERS y a cierre de mercado en INTERNET.

Los tests se elaboran para los siguientes activos: IBEX-35, CAC-40, S&P500, Telefónica, Bono nocial 10 años, Depósito en pesetas a tres meses, Dólar-marco y Dólar-yen. Les proponemos que, sin más demora, consulten dicha información.

El objetivo de los tests es comprobar la capacidad predictiva a un día vista de 7 estimaciones de volatilidad : las que surgen de los modelos Arch, Garch y Agarch y las volatilidades históricas a 3 meses, 6 meses, 1 año y 2 años. En el Cuadro III, que recoge la información de la página de Reuters RISKCO25, tenemos un ejemplo de las mismas.

Esta página de REUTERS está dividida en cuatro partes y cada una de ellas contiene un test para un índice bursátil distinto. Analicemos el activo .IBEX (IBEX-35) que aparece en el cuadrante superior izquierdo.

En el hipódromo MEFF se corre el Gran Premio IBEX-35. Compiten los caballos ARCH, GARCH y AGARCH de la cuadra "Quanto" y H60, H120, H250 y H500 de la cuadra "Volatilidad Histórica".

Cuando se han corrido 20 días de negociación, el caballo H500 está actualmente en primera posición, seguido de cerca por ARCH y AGARCH. La cuadra "Quanto" tiene situados dos de sus caballos en las tres primeras posiciones. Las dos últi-

.IBEX	VOL	+-%	REAL	DIFF.	ERR	RK
ARCH	20.6	1.30	0.72	0.58	0.62	2º
GARCH	21.3	1.34	0.72	0.62	0.67	5º
AGARCH	20.0	1.31	0.72	0.59	0.64	3º
H 60	26.4	1.66	0.72	0.94	0.83	7º
H 120	22.4	1.41	0.72	0.69	0.65	4º
H 250	23.4	1.48	0.72	0.75	0.68	6º
H 500	20.0	1.26	0.72	0.54	0.57	1º

CUADRO IV

mas posiciones las ocupan actualmente caballos de la cuadra "Volatilidad Histórica".

¿Qué quieren decir las distintas columnas del Cuadro IV ? En la primera observamos los modelos analizados : ARCH, GARCH, AGARCH e históricas a tres meses (60 días hábiles de negociación), seis meses (120 días), un año (250 días) y dos años (500 días hábiles).

En la segunda columna (VOL) observamos la predicción de volatilidad que hicimos ayer para hoy, en los modelos ARCH, GARCH y AGARCH, y las diferentes históricas de ayer. En la tercera columna (+-%) traducimos esta volatilidad a movimiento esperado de mercado (volatilidad expresada como cambio porcentual del activo). En la cuarta columna (REAL) está la variación real del IBEX hoy. En la quinta columna (DIFF) está la diferencia entre la variación real y la prevista. En la sexta (ERR) calculamos el error de la predicción definido como error cuadrático medio de las diferencias diarias anteriores. En la última

columna (RK) establecemos la clasificación de los modelos en función del criterio anterior. Un ejemplo ayudará a clarificar el cuadro:

Ejemplo:

Clasificamos la capacidad de predicción del modelo ARCH y la volatilidad HISTÓRICA a 120 DÍAS para el IBEX35.

En estos tests observaremos qué estimación predice mejor la volatilidad real del activo. Recalcamos este hecho: "observaremos la mejor predicción de volatilidad real a un día vista". No se intenta predecir la volatilidad implícita.

Una vez que hemos comprobado cuál de estas predicciones es

la mejor, podremos compararlas con la volatilidad implícita de las opciones de mercado. Esta comparación es una "buena indicación" de infra o sobrevaloración a un día vista de los precios de las opciones siendo un buen análisis para intentar identificar opciones caras y baratas a un día.

Para valorar opciones, no a un día vista sino hasta el día de su vencimiento, es necesario la utilización de modelos de valoración de opciones que permitan que la volatilidad cambie en el tiempo (volatilidad estocástica) como el modelo de Hull-White, el de Amin-Ng o el uso de un procedimiento de valoración neutral al riesgo. Los tres tienen en común el uso intensivo de métodos simulación tipo Monte Carlo.

En el próximo artículo expondremos estos modelos, valoraremos con ellos y con Black & Scholes y Merton diferentes opcio-

IBEX35 precio anterior	7500
IBEX35 precio actual:	7554
Cambio porcentual real del IBEX	+0.72%
Previsión ARCH:	20.6%
Volatilidad HISTÓRICA 120 DÍAS	22.4%
Traducción de previsión ARCH a cambio porcentual	= 20.6% RAIZ (252) = +1.30%
Traducción HISTÓRICA 120 DIAS a cambio porc.	= 22.4% RAIZ (252) = +1.41%
Diferencia VOL. REAL vs. previsión ARCH	= (0.72-1.30) ² = (-0.58) ² = 0.33
Diferencia VOL. REAL vs. HISTÓRICA 120 DIAS.	= (0.72-1.41) ² = (-0.69) ² = 0.48
Clasificación: 0.48 > 0.33 por tanto:	1º ARCH; 2º HISTÓRICA 120 DIAS.

¹ La fórmula de Black & Scholes fue publicada por Black & Scholes en el Journal of Political Economy "The Pricing of Options and Corporate Liabilities" (1973).

² La fórmula de Merton fue publicada por Merton en el Bell Journal of Economics and Management Science "Theory of Rational Option Pricing" (1973).

³ La fórmula de Hull & White fue publicada por Hull y White en 1987.

⁴ La fórmula de Amin & Ng fue publicada por Amin y Ng en el Journal of Finance "Option Valuation with Systematic Stochastic Volatility" (1993).

ANEXO 1

MODELOS DE VOLATILIDAD ESTOCÁSTICA

El pasado de una serie puede afectar al futuro de maneras diversas. Ahora pasamos a presentar varios modelos con características diversas en este sentido.

- Un primer modelo que caracterice la dinámica de la volatilidad de un activo puede ser el siguiente:

$$\frac{d\sigma^2}{\sigma^2} = \mu dt + \xi dw$$

La tasa de variación de la varianza sigue una distribución normal con media μ y varianza ξ . Esta es la aproximación seguida por Hull & White en 1987.

- Un modelo más avanzado y muy conocido es el denominado GARCH usado por Engle, Kane y Noh en 1993⁽⁵⁾.

Este modelo y otros de la misma familia que luego pasaremos a explicar explican una de las características anteriormente señalada en el gráfico: volatilidades altas tienden a estar concentradas en el tiempo y volatilidades bajas también (en inglés a esto se le llama "clustering"). Otros modelos de la misma familia tienen en cuenta, además, otra característica de la dinámica de los activos financieros: la naturaleza asimétrica de la volatilidad.

Volatilidad asimétrica significa que la volatilidad puede ser afectada de forma diferente por rendimientos positivos y negativos. Los rendimientos negativos (mayores y más infrecuentes) llevan a incrementos mayores en la volatilidad futura.

La utilización de modelos de valoración que tomen en cuenta estas dos características ("clustering" y asimetría) significa, no únicamente avances académicos, sino también la posibilidad de valorar las opciones más correctamente ya que ambas características surgen precisamente de la realidad de los mercados financieros.

Estas dos características son fácilmente incorporadas en un modelo tipo Arch con sus posteriores refinamientos tales como Garch, Egarch, Agarch y Vgarch. Modelos econométricos de gran éxito empírico.

Vamos a describir tres de estos modelos (Arch, Garch y Agarch) y realizaremos ejemplos concretos para el IBEX-35. Egarch, Vgarch y otros más, con pequeñas modificaciones de éstos. En todos ellos la dependencia de la varianza de su comportamiento pasado toma una forma diferente.

MODELOS ARCH, GARCH Y AGARCH

ARCH (1) Engle (1982)

$$h_t^2 = \delta_0 + \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2$$

La varianza de la serie depende de un término constante δ_0 y del rendimiento al cuadrado de la serie en el periodo anterior multiplicado por un parámetro δ_1 . Más exactamente del rendimiento de la serie neto de factores predecibles (neto de tendencia). Si la serie sigue un paseo aleatorio entonces ε_t coincide con el rendimiento de la serie en t . Si los rendimientos de la serie siguen un proceso autorregresivo de primer orden (AR1) $y_t = a + by_{t-1} + \varepsilon_t$ entonces ε_t será el rendimiento de la serie en t neto de eliminando a y b .

ARCH (n) :

$$h_t^2 = \delta_0 + \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \delta_p \varepsilon_{t-p}^2$$

La varianza de la serie depende de un término constante δ_0 y de rendimientos al cuadrado pasados de la serie multiplicados por sus respectivos parámetros.

GARCH. Bollerslev (1986)

$$h_t^2 = \delta_0 + \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \Theta_1 h_{t-1}^2$$

La varianza de la serie depende de un término constante δ_0 y del rendimiento al cuadrado de la serie en el periodo anterior multiplicado por un parámetro δ_1 y de la varianza de la serie en el periodo anterior multiplicada por un parámetro Θ_1 .

AGARCH(1,1)

$$h_t^2 = \delta_0 + \Theta_1 h_{t-1}^2 + \delta_1 (\varepsilon_{t-1} + \Psi)^2$$

Este modelo introduce efectos asimétricos a través del parámetro Ψ .

Si $\Psi > 0$ los rendimientos positivos influyen más en la Barinas futura de la serie que los negativos.

Si $\Psi < 0$ los rendimientos negativos influyen más en la Barinas futura de la serie que los positivos.

Si $\Psi = 0$ los rendimientos negativos y positivos influyen igualmente en la Barinas futura de la serie. Este es el modelo GARCH(1,1).

GARCH y AGARCH pueden incorporar más retardos en h_{t-1}^2 y en ε_{t-1} .

Ejemplos sobre IBEX-35

Tomemos como periodo muestral las 500 últimas observaciones diarias de los precios de cierre del IBEX-35.

(5) La fórmula de Hull & White junto con un modelo tipo Garch fue publicada por Engle, Kane y Noh en el NBER "A test of efficiency for the S&P 500 Index option market using variance forecasts (1993).

ARCH(1)

$$h_t^2 = 0.0001028 + 0.093\varepsilon_{t-1}^2$$

Este segundo parámetro 0.093 parece indicar que la varianza del Ibex tiene que ver con el último rendimiento del Ibex. En otras palabras, si el rendimiento del Ibex, positivo o negativo, es hoy grande, es probable que el rendimiento de mañana sea también grande en términos absolutos, es decir, muy grande positivo o muy grande negativo.

GARCH(1,1)

$$h_t^2 = 0.000003 + 0.125\varepsilon_{t-1}^2 + 0.85h_{t-1}^2$$

Según este modelo la varianza del Ibex tiene que ver, además de con su último rendimiento, con la varianza pasada.

AGARCH(1,1)

$$h_t^2 = 0.000004 + 0.85h_{t-1}^2 + .12(\varepsilon_{t-1} + (-.00157))^2$$

Es decir $\Psi = -.00157$. Esto es los rendimientos negativos influyen más en la varianza futura del Ibex que los positivos. Es

decir, el modelo toma en cuenta la anteriormente mencionada "asimetría".

Todos estos modelos nos están indicando que existe un cierto componente "predecible" en la volatilidad del Ibex. Estos modelos nos permiten predecir a un horizonte temporal tan grande como queramos. Claro está que a medida que aumentemos el horizonte de predicción aumentaremos el error de la misma.

Un caso particular de estos modelos (cuando no existe ningún componente predecible) sería precisamente un modelo de volatilidad constante como el que consideran Black&Scholes y Merton en sus respectivas fórmulas de valoración.

Otra circunstancia a tener en cuenta es que la volatilidad de los mercados suele ser superior el primer día después de haber estado cerrado un periodo de tiempo. Esto es, la volatilidad de los lunes suele ser superior a la de los martes, y la volatilidad del día posterior a uno o varios días festivos también suele ser superior a la de un día normal. Esta circunstancia también es fácilmente incorporada en los modelos arriba señalados.

ANEXO 2

LA MEJOR ESTIMACION DE LA VOLATILIDAD FUTURA DESDE EL PUNTO DE VISTA TEORICO

De entre las volatilidades históricas, con cuál nos quedamos: ¿la estimada a 3, 6 meses, 1 ó 2 años?

En el mundo ideal de Black-Scholes la volatilidad es constante. Esto quiere decir que la volatilidad del activo introducida como input del modelo de valoración permanece constante a lo largo del tiempo. En este mundo ideal, cuanto más datos, menor error de muestreo se comete y, por tanto, habría que utilizar la estimación con mayor número de datos posible.

Muchos operadores que utilizan el modelo B&S prefieren sin embargo calcular volatilidades a partir de pocos datos recientes, por ejemplo los 30 ó 90 últimos días. La justificación de este comportamiento se debe al hecho expuesto anteriormente y que numerosos estudios empíricos han comprobado: la inestabilidad de la volatilidad a lo largo del tiempo.

Pensamos que ambas estimaciones (tanto con el máximo número de datos posibles como con los últimos) deben ser realizadas. Si ambas son parecidas, significaría que la volatilidad ha sido estable en el tiempo y nos quedaríamos con la estimación que contenga más datos, a fin de reducir el error de muestreo.

En caso de no parecerse, la respuesta no es clara. Una solución muy extendida entre muchos operadores es utilizar un número de datos igual al tiempo hasta vencimiento de la opción.

En relación con la volatilidad estocástica, con cuál nos quedamos: ¿las Arch, Garch o Agarch?

La respuesta en este caso es bien sencilla: aquella que surja de un modelo cuyas características (ANEXO 1) tengan más que ver con las propias características del activo.

Por último, tenemos que responder a la siguiente pregunta: ¿qué tipo de volatilidad elegimos, histórica o estocástica?

Anteriormente ya justificamos la elección de volatilidades estocásticas por que surgen de la propia realidad de las series de activos financieros ("clustering", asimetría y que la volatilidad de los mercados suele ser superior el primer día después de estar cerrado un periodo de tiempo). Estos hechos ocurren en la gran mayoría de los activos financieros, por tanto la volatilidad estocástica está más próxima a la realidad que la histórica.

Además, la propia estimación del modelo no indica si estos hechos ayudan o no a predecir la volatilidad futura de un determinado activo financiero. Si el único parámetro significativo de los señalados en el Anexo 1 fuera el término constante esto significaría que la mejor estimación de la volatilidad futura es precisamente la volatilidad histórica.

Por tanto, la propia estimación de los modelos Arch, Garch o Agarch nos indicarán si es mejor la volatilidad estocástica o la histórica.